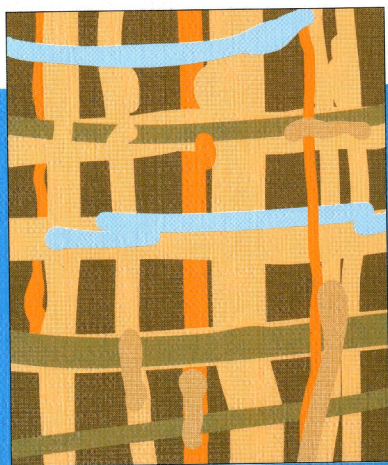


ゲーム理論

岡田 章 著



有斐閣

第 1 章 ゲーム理論とは何か

1.1 ゲーム的状况

私たちは、日常生活においてさまざまな意思決定を行っている。私たちの意思決定は他の人々の意思決定に影響を及ぼし、同様に、他の人々の意思決定は私たちの意思決定に影響を及ぼす。社会生活において、私たちの意思決定は相互に依存し合っている。

このような経済社会における意思決定を、自動車を例にとってみてみよう。いま、ある個人が自動車を購入しようかどうかを考えているとしよう。彼（または彼女）は収入と自動車の価格、通勤やレジャーにおける自動車の必要度を考えて購入するかどうかを決定するであろう。さらに、彼の住んでいる地域の自動車の普及率がその決定に影響を及ぼすかもしれない。また、自動車の購入を決めた後で、どのメーカーのどんな車種をどのディーラーから購入するかを決定する必要がある。その際、どのメーカーの車が人気が高いか、ディーラーの過去の販売実績や評判が彼の意思決定に影響を及ぼす。また、車を購入して運転を始めたとき、交通ルールを守り他の車に注意して慎重に運転しなければならない。

一方、自動車メーカーは消費者の需要動向やライバルメーカーの出方を探りながら、新車のデザインや性能、販売価格、営業戦略を決定しなければならない。誤った決定は、企業に大きな損失を与えることになる。また、自動車メーカーは良質で低コストの部品を安定的に確保するために、部品メーカーとどのような関係を保つかについても考慮しなければならない。

また、自動車メーカーが国内市場だけでなく国外にも自動車の輸出を行えば、その経営戦略は外国市場にも影響を及ぼすことになる。あるときは、2国間の貿易摩擦を生じさせ、関税や輸出货量について政府間の国際交渉が行われる。政府の産業政策は、自動車メーカーの経営戦略に大きな影響を与える。

このように、消費者、ディーラー、自動車メーカー、部品メーカー、外国企業、自国政府、外国政府などの意思決定が程度の差はあってもさまざまな形で複雑に依存し合うことになる。

一般に、経済活動を営むさまざまな主体は一定の物理的・技術的および制度的条件の下でそれぞれの目的を達成しようと思意思決定を行う。さらに重要な点は、目的の達成度は自分自身の意思決定ばかりでなく他の経済主体の意思決定にも本質的に依存することである。このような社会における意思決定の状況は、あたかも複数のプレイヤーがそれぞれの目標に向かって互いに競い合い、時には協力し合う一種のゲームのようである。この類似から、経済社会におけるさまざまな意思決定の相互依存関係を数理的な厳密な方法論を用いて分析する理論を、ゲーム理論 (game theory) という。

ゲーム理論は、1944年に20世紀を代表する数学者の1人であるジョン・フォン・ノイマン (John von Neumann 1903-1957) とオーストリア学派の経済学者、オスカー・モルゲンシュテルン (Oskar Morgenstern 1902-1977) による大著『ゲームの理論と経済行動』(*Theory of Games and Economic Behavior*) の出版によって誕生した。

ゲーム理論の分析対象は、あらゆるゲーム的状況 (game situations) である。ゲーム的状況とは、複数の意思決定主体または行動主体が存在し、それぞれ一定の目的の実現を目指して相互に依存し合っている状況を意味する。ゲーム理論では、このようなゲーム的状況を数理的モデルを用いて定式化し、プレイヤーの間の利害の対立と協力を分析する。この数理的モデルを、ゲーム (game) という。

ゲーム的状況の問題構造は、経済学ばかりでなく政治学、経営学、社会学、哲学、心理学、生物学、工学、オペレーションズ・リサーチ、計算機科学などの学問分野に共通に見いだされるものであり、現在、ゲーム理論はこれらの学問分野を横断する学際的で総合的理論の1つと見なされている。

1.2 ゲームの基礎概念

ゲームの最も重要な要素は意思決定し行動する主体で、これをプレイヤー (player) という。プレイヤーの例は、分析する状況に応じて、消費者や投資家のような個人から、企業、団体、クラブ、政党などのようなさまざまな組織、さらに、政府、国家など多種多様である。プレイヤーの定義で本質的なことは、それがゲームにおいて自律的な意思決定ができる最小単位であることである。したがって、分析の目的によっては、例えば、企業を1人のプレイヤーと見なせる場合もあるが、状況によっては、企業組織を構成するさまざまな単位を独立のプレイヤーとしてモデル化の方が適切な場合もある。ゲームは参加するプレイヤーの数によって、2人ゲーム、3人ゲーム、さらに、一般に、 n 人ゲームと呼ばれる。

ゲームにおいて、プレイヤーはそれぞれに明確な目的をもち、可能な限り自分の目的を達成するように行動を選択することが前提とされる。この意味で、ゲームにおけるプレイヤーは「合理的」(rational) である。それぞれのプレイヤーの目的は、チェスや将棋などのように勝ち負けを競うゲームでは完全に相反するが、1つの組織やチーム内の共同作業のように一致する場合もある。プレイヤー (とくに2人) の目的が完全に相反するゲームをゼロ和ゲーム (zero-sum game) といい、そうでないゲームを非ゼロ和ゲーム (non-zero-sum game) という。一般に、社会的状況は非ゼロ和ゲームであり、プレイヤーの目的はある側面では一致するが、他の側面では異なることが多い。そのために、プレイヤーの間で利害の対立や競争、さらに協力などの複雑で多様な相互依存関係が混在する。複数のプレイヤーが協力を目的として形成する集団を、提携 (coalition) という。

ゲームにおいて、プレイヤーはさまざまな状況、局面に応じて行動を選択しなければならない。ゲームをプレイするために必要な行動の計画を、一般に、戦略 (strategy) という。すべてのプレイヤーがそれぞれの戦略に従ってゲームをプレイすることによって、ゲームの結果 (outcome) が定まる。ゲームに参加するプレイヤーは、それぞれの目的に従ってゲームの結果を評価することができ、複数の可能なゲームの結果に関して選好順序 (preference

order)をもつ。プレイヤーの選好順序を数値化したものを効用 (utility) または利得 (payoff) という。プレイヤーは自分の利得を可能な限り最大にするように戦略を決定する。

ゲームに参加するプレイヤーの集合、プレイヤーの目的、選択可能な行動の集合、さらに、ゲームのプレイの進行を定めるさまざまな規定を、総称してゲームのルール (rule) という。ゲームに参加するすべてのプレイヤーがゲームのルールを完全に知っていて、さらに、すべてのプレイヤーが他のプレイヤーもゲームのルールを完全に知っていることを相互に認識し合っているゲームを、情報完備ゲーム (game with complete information) という。また、このとき、ゲームのルールはプレイヤーの共有知識 (common knowledge) であるという。盤ゲームのチェスや将棋、野球などのスポーツは、情報完備ゲームの典型的な例である。

これに対して、一般の社会・経済ゲームでは、ゲームのルールは必ずしもプレイヤーの共有知識ではないことが多い。例えば、企業はライバル企業の目的や生産技術などを完全には知らないことが多く、ある国の国内市場に参入しようとする外国企業は、価格形成や流通機構などのその国の市場のルールや法的規制などの情報について不確実であることが多い。また、国家間の国際的な交渉では、相手国が自国の事情をどの程度正しく理解しているかが交渉の当事者にとって重要な情報であるが、このような情報は明らかでないことが多く、相互の理解不足が交渉の決裂の大きな要因となる。このように、ゲームのルールがプレイヤーの間で共有知識でないゲームを、情報不完備ゲーム (game with incomplete information) という。

プレイヤーは、自分の利得を可能な限り最大にしようとするという意味で、合理的な主体であると述べた。しかしながら、ゲームの状況における利得の最大化は1人の意思決定問題に比べて著しく複雑である。プレイヤーの利得は自分自身の行動ばかりでなく他のプレイヤーの行動にも依存するから、プレイヤーは意思決定に際して、他のプレイヤーの行動を十分に考慮し推論する必要がある。この理由から、ゲーム理論ではプレイヤーの合理性として、(1)利得の最大化を目指す、(2)相手の行動を可能な限り推論する、ことが前提とされる。

このようなプレイヤーの互いの行動に関する推論 (とそのメカニズム) の

理論的解明を試みることはきわめて困難な研究課題であり、広く人間行動を研究するさまざまな領域の学問分野でその努力がなされている。この問題に対するゲーム理論の代表的なアプローチは、「合理的選択」(rational choice)を追究する立場である。この合理的アプローチでは、ゲームに参加するすべてのプレイヤーはゲームのルールと互いの合理性を共通に認識していることが前提とされる。そして、各プレイヤーは、相手プレイヤーも自分と同じように合理的な主体であるとの認識に基づいて、「相手の立場になってものを考えられる」という意味で、理性的 (intelligent) であるとする。このような理性的なプレイヤーの合理的な推論と意思決定を解明することが、ゲーム理論の中心的課題の1つである。

ゲームにおいてプレイヤーが相手の行動をどのように推論し、それに基づいてどのように行動しどのようなゲームの結果が実現するかを分析する概念道具が、ゲームの解 (solution) である。ゲーム理論を学習するにあたって最も重要なことの1つは、ゲームのルールとゲームの解を明確に区別することである。ゲームの解は、一定のゲームのルールの下ですべてのプレイヤーがそれぞれの目的を実現するために選択すると考えられる戦略、およびそれによって起こりうるゲームの結果を規定する。したがって、ゲームのルールが明確に定義されないと、プレイヤーの行動を分析することはできない。

ゲームを数理的に表現するゲーム・モデルの代表的なものに、戦略形ゲーム (game in strategic form)、展開形ゲーム (game in extensive form)、提携形ゲーム (game in coalitional form) がある。戦略形ゲームは、プレイヤーの戦略と利得の関係を関数を用いて記述し、ゲームの最も基本的なモデルである。展開形ゲームは、ゲームにおける手番の系列をゲームの木を用いて記述し、ゲームの動学的構造や情報構造を定式化する。近年、展開形ゲームを用いた経済分析が多くなされていて、その重要性はますます高まっている。提携形ゲームは、プレイヤーのさまざまな提携にとって実現可能な総利得または利得分配の集合を記述し、提携行動の分析に用いられる。

1.3 非協力ゲームの理論と協力ゲームの理論

ゲーム理論は、通常、非協力ゲーム (noncooperative game) の理論と協力

ゲーム (cooperative game) の理論に大別される。非協力ゲームと協力ゲームという語句から、非協力ゲームの理論ではプレイヤーの間の利害の対立や競争、闘争が分析され、協力ゲームの理論ではプレイヤーの間の協力や協調関係が分析されるといわれることがあるが、この理解は必ずしも正しくないので注意する必要がある。実は、非協力ゲームの理論と協力ゲームの理論の区別は必ずしも単純明快なものでなく、むしろゲーム理論が発展するにつれてそれぞれの理論の意味内容がより豊かになり、その関係に対する研究者の理解が深まっていったという経過がある。このような事情を考慮して、やや詳しく2つの理論の違いについて述べよう。

次節 (ゲーム理論の歴史) で述べるが、非協力ゲームを最初に定義したのは、ナッシュ (John Nash 1928-) である。ナッシュは1951年に発表した論文 (Nash 1951) で、非協力ゲームを、(1) プレイヤーの間でコミュニケーションが可能でなく、さらに (2) 拘束力のある合意が可能でない、ゲームと定義した。この定義によると、非協力ゲームではたとえプレイヤーたちが協力して集団で行動を選択しようと思っても、その前提となる話し合いができず、さらに協力の合意は拘束力をもたないから、プレイヤーの協力は不可能と考えられる。この定義から、非協力ゲームではプレイヤーはそれぞれ独立に戦略を決定することが前提とされ、ナッシュはそのような非協力ゲームの解として均衡点 (equilibrium point, 現在、ナッシュ均衡点と呼ばれている) の概念を提示した。

非協力ゲームでは、プレイヤーはそれぞれ独立に戦略を決定することが前提とされるため、ナッシュ以後の非協力ゲームの研究の初期では、プレイヤーの間の利害の対立や闘争の分析が強調された。これに対して、協力ゲームの理論では、プレイヤーの間で戦略決定に関して話し合いと拘束力のある合意が可能であることを前提としたときに、どのような提携の形成や利得分配が実現されるかが分析の中心であった。ゼロ和2人ゲームや複占市場における企業競争などが非協力ゲームの典型的な例とされ、非協力ゲームの理論は利害の対立や闘争のみを分析対象とする適用範囲の狭い理論と見なされた。

しかし、この理解は非協力ゲームと協力ゲームという2つの概念がゲーム的状况を分類するものであるという誤解から生ずるものであり、ここで重要な点は、それらはゲーム的状况を分析するための方法論の違いを意味すると

いうことである。例えば、プレイヤーの協力をその実現のための交渉プロセスから考えてみよう。交渉に先立って、個々のプレイヤーは誰と協力すべきか、また、協力に際してどのくらい利得を要求しようかなど、多くのことを考えるであろう。そして、ゲームにおける意思決定の最小単位が個々のプレイヤーである限り、この協力に関する意思決定は個々のプレイヤーが独立に行うことになる。もちろん、ゲームのルール (例えば独占禁止法など) によって協力の合意が許されないか、あるいは拘束力をもたなければ、交渉における合意は意味をもたない。しかし、ゲームのルールによって協力の合意が拘束力をもつとしても、実際にプレイヤーの間で協力が実現するかどうかは明らかではない。このように、協力の成立のプロセスまでも考察の対象に含めることによって、協力の問題を非協力ゲームの理論を用いて分析することが可能となる。非協力ゲームの理論によって、協力の成果ばかりでなく協力の成立自体の可能性も適切に分析できることになる。

実際、ナッシュは、上に述べた非協力ゲームに関する論文 (Nash 1951) の最後で、非協力ゲームの理論の応用として協力ゲームの研究に言及し、非協力ゲームのモデルを用いて協力のための交渉問題を分析できることを述べている。さらに、それが実際に可能であることを、1953年に発表した2人協力ゲームに関する論文 (Nash 1953) で示した。現在、非協力ゲームの理論を用いてさまざまな協力の問題を分析する研究プログラムは、「ナッシュ・プログラム」と呼ばれている。しかしながら、すでに述べたように、1950年代はナッシュ・プログラムに沿った研究は進展をみなかった。これは、ゲーム理論の誕生期において、コミュニケーションや合意の拘束力の有無、さらに合意成立に至るさまざまなプロセスを記述し内生的にこれらの問題を分析できるレベルまで、ゲームのモデルや分析手法が十分に発展していなかったことによるとと思われる。

しかし、この状況は、1960年代後半から始まったハルサニ (John Harsanyi 1920-) とゼルテン (Reinhard Selten 1930-) による非協力ゲーム理論の研究によって大きく変わるようになった。情報不完備ゲームや展開形ゲームの理論の発展によって、コミュニケーションや合意に至る交渉プロセスをゲーム・モデルに記述し分析することが可能になった。ナッシュが提示した非協力ゲームの理論がより広範囲な経済行動の分析に対して適用可能になるため

には、ハルサニとゼルテンによる非協力ゲームの理論の新しい展開が必要であった。

現在、ゲーム理論研究者の多くの一致した見解は、次のようである。非協力ゲーム理論では、プレイヤーの間の協力を前提としないで、競争や協力などのさまざまな経済行動を個々のプレイヤーの意思決定のレベルで分析する。一方、協力ゲーム理論では、プレイヤーの間の協力を前提として、プレイヤーの提携行動や協力の成果を分析する。言い換えれば、非協力ゲームの理論とは、個々のプレイヤーの意思決定のレベルでゲームを分析する理論であり、協力ゲームの理論とは、プレイヤーの提携レベルでゲームを分析する理論である。ハルサニとゼルテンによるより専門的な非協力ゲームの定義は、第4章で述べよう。

プレイヤーの提携の最小の構成要素はそのメンバーである個々のプレイヤーであり、提携行動はそれに属するプレイヤーの意思決定のなんらかの集計である。したがって、プレイヤーの提携行動は、本来、そのメンバーの個々の意思決定から説明すべきものである。この意味から、分析の方法論的観点からは、非協力ゲームの理論の方が協力ゲームの理論より基礎的であるといえる。しかし、このことは、協力ゲーム理論の有益さを決して軽視することではない。協力ゲームの理論は、プレイヤーの提携行動を前提とすることによって、第一次接近として十分に意味のある形でプレイヤーの多様な協力の形態を分析する道具を提供してくれる。

要約すると、非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論は対立する理論ではなく、複雑で多様な経済行動を個々のプレイヤーのレベルで分析するか、プレイヤーの提携レベルで分析するかの違いである。現在、これらの理論を統合するゲームの一般理論を構築する試みがさまざまな形で行われており、非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論という二分法は徐々に意味を失いつつある。

1.4 ゲーム理論の歴史

ゲーム理論を学習する前に、現在までのゲーム理論の歴史を簡単にみてみよう。ゲーム理論の歴史についての詳しい説明は、モルゲンシュテルン (Morgenstern 1976)、鈴木 (1973, 1994)、オーマン (Aumann 1987b)、ワイン

トラウブ (Weintraub 1992) 等を参照されたい。

ゲーム理論の歴史の中で最も重要な年は、いうまでもなく、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの大著『ゲームの理論と経済行動』が出版された1944年である。しかしながら、1944年とともにゲーム理論の研究にとって忘れられないのは1928年である。この年、フォン・ノイマンは、ゲッティンゲン大学の数学論文誌に、“Zur Theorie der Gesellschaftsspiele” (社会的ゲームの理論について) を発表した。この論文では、ゼロ和2人ゲームのミニマックス定理が初めて証明されたことが最も有名であるが、これ以外にも、戦略形 n 人ゲームの定式化、提携の概念、マックスミニ値を用いたゲームの特性関数の概念、ゼロ和3人協力ゲームの分析など、ゲーム理論の多くの基礎概念や研究方法が提示されている。この画期的な論文によって現代のゲーム理論は誕生したといえる。

同じ年に、モルゲンシュテルンは彼の最初の書物 *Wirtschaftsprognose* (経済予測) を出版している。この本の中で、モルゲンシュテルンは認識論的観点から経済予測の問題を調べ、完全予見が困難であり本質的に不可能であることを考察した。その議論の中でモルゲンシュテルンが考察した有名な例が、コナン・ドイルの「シャーロック・ホームズ最後の事件」に登場するシャーロック・ホームズとモリアティ教授の追跡ゲームである。この例を用いて、モルゲンシュテルンは、互いの行動が相互に依存する状況では相手の行動を完全に予測することが本質的に不可能であることを指摘した。例えば、シャーロック・ホームズがモリアティの行動を A と予測して、 A に対する最善な行動 B をとるとしよう。シャーロック・ホームズとモリアティはともに高度な推論能力をもつから、モリアティは、当然に、シャーロック・ホームズのこのような予測を予測して、シャーロック・ホームズの行動 B に対する最善な行動 C をとる。次に、シャーロック・ホームズはこのことをさらに予測して、モリアティの行動 C に対して最善な行動 D をとる。以後、2人の間でこのような予測の予測という連鎖が際限なく続き、シャーロック・ホームズとモリアティはともに相手の行動を完全に予測することは不可能となる。

この例は、相互依存状況での行動の選択に際して、相手の行動を予測することが重要であるとともに、それがきわめて複雑で困難であることを示して

いる。そして、この問題こそがこれまでにゲーム理論が解明しようと試みてきた最大の課題であり、将来もこの解明の努力は続けられるであろう。

このように共通の問題に関心をもっていた2人がどのようにして出会い、どのようにして2人の共同研究が始まったかについて、モルゲンシュテルンは回想録(1976年)で次のように述べている。

1928年以後、モルゲンシュテルンの研究は主に景気変動論と統計学に移行していたが、1935年に論文「完全予見と経済均衡」を発表し、再びシャーロック・ホームズとモリアティの例を用いて完全予見と経済均衡の矛盾を論じた。その後、ウィーンのメンガー(Carl Menger)主催の数学コロキウムでこの論文について報告したが、参加者の1人である数学者チェック(Eduard Čech)に、モルゲンシュテルンの提示した問題がフォン・ノイマンが1928年のゲームに関する論文で扱った問題と同一であることを知らされた。それ以降、フォン・ノイマンの名前はモルゲンシュテルンにとって忘れられないものとなった。モルゲンシュテルンは、すぐにフォン・ノイマンの論文を研究するつもりであったが、ウィーンの景気研究所の所長の職務やナチスの台頭という社会情勢もあり実現できなかった。その後、1938年1月にカーネギー国際平和基金によって客員教授としてアメリカに招待されたとき、フォン・ノイマンに会えることを希望してプリンストン大学を滞在先に選んだ。当時、フォン・ノイマンはすでに1930年にアメリカに移り、プリンストン大学高等研究所の1933年設立以来の教授であった。1938年3月、ナチスはオーストリアに侵入し、モルゲンシュテルンが所長を務めたウィーンの景気研究所もナチスが支配することになった。このため、モルゲンシュテルンはアメリカに残る決意をし、プリンストン大学からの政治経済学の講師ポストの提示を受諾した。

プリンストン大学での2人の出会いについて、モルゲンシュテルンの回想を続けると、1939年2月1日にモルゲンシュテルンが景気変動についてセミナー報告をしたときに、参加者の中にフォン・ノイマンがいた。セミナーの後、2人は物理学者ボーア(Niels H. D. Bohr)を交えてゲーム理論や物理実験について数時間語り合った。この日を境として、2人は急速に親しくなっていく。モルゲンシュテルンによれば、フォン・ノイマンは1928年以後、ゲーム理論について系統的に考えたことはなかったとのことである。モ

ルゲンシュテルンは、フォン・ノイマンの1928年のゲームについての論文を本格的に研究し始めたが、論文の中で用いられている不動点定理に関する知識がなかったためにそれは決して容易ではなかった。そのために、フォン・ノイマンと何度も議論を重ね、その過程で、大きな知的興奮とゲーム理論へのemotional involvementをもつに至った。

モルゲンシュテルンは経済学者にゲーム理論の本質と重要性を知らせるために論文を書いたが、フォン・ノイマンは論文を読んであまりにも短いのもっと拡張することをモルゲンシュテルンに助言した。さらに2人の議論が積み重ねられ、ついに、1940年の秋、フォン・ノイマンはこの論文と一緒に書くことをモルゲンシュテルンに提案した。1941年から2年間の集中的な研究作業を経て、1943年1月1日、2人は『ゲームの理論と経済行動』の原稿を完成した。当初、100ページ程度の小冊子の予定が、最終的には、タイプ原稿約1200ページの大著になっていた。プリンストン大学出版局はこの大著の出版をレフリーによる査読なしで受諾し、1944年9月18日、2人の共同成果は出版された。

次に、『ゲームの理論と経済行動』の出版以後、現在までゲーム理論がどのように発展してきたかを簡単にみてみよう。これは、読者が次章以下、ゲーム理論の各内容を学習していくための1つの見通しをもっていただきたいためである。したがって、以下の記述は、主に本書の内容と密接に関係するものに限られるとともに、著者の研究上の関心に偏っていることをあらかじめお断りしたい。より包括的なゲーム理論の発展については、オーマン(Aumann 1987b)や鈴木(1994)を参照されたい。

『ゲームの理論と経済行動』の第1版に続いて、第2版が1947年に出版された。第2版では、その補論として期待効用の公理系とその導出の証明が追加された。モルゲンシュテルンはフォン・ノイマンとの議論の初期の時点から効用の問題に気づいていた。ゲームでのプレイヤーの利得(payoff)を表現するための数値が必要であった。このための最も簡単な方法は、それを貨幣量と見なし、さらに貨幣がプレイヤーの間で無制限に譲渡可能であるとするのであった。しかしながら、サントペテルブルクのパラドックスの議論を通じて、効用の概念の重要性を知っていたモルゲンシュテルンはこれに不満であった。また、当時の経済理論では無差別曲線による分析が支配的

であり、基数効用の概念は受け入れられず、旧式なものと見なされていた。したがって、モルゲンシュテルンはリスクの下での基数効用（正の1次変換を除いて基数化可能である効用）の理論的基礎づけが必要であると認識していた。このため、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは個人の合理的選択に関する公理系から期待効用の存在を証明した。このリスクの下での期待効用は、現在、フォン・ノイマン＝モルゲンシュテルン効用と呼ばれている。

1950年代、ゲーム理論の研究はプリンストン大学でフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの影響を受けた多くの若手研究者によって力強く進められた。ナッシュ（1950a, 1951）は非協力ゲームの均衡点を定義し、その存在を不動点定理を用いて証明した。これによって、ゼロ和2人ゲームの分析は非ゼロ和 n 人ゲームの分析に拡張され、非協力ゲーム理論の基礎が確立した。また、ナッシュ（1950b, 1953）は2人交渉問題を定式化し、1つの交渉解を公理系から導出した。この交渉解は、現在、ナッシュ交渉解と呼ばれている。さらに、ナッシュ（1953）は、プレイヤーが互いの要求を出し合うような交渉過程を非協力ゲームとして定式化し、ゲームの均衡点が公理系から導出された交渉解を実現することを示した。このナッシュの方法は、ゲームにおける協力や交渉の問題を分析する場合、交渉のプロセスを非協力ゲームとして定式化し協力や合意形成をゲームの均衡点として説明するものであり、「ナッシュ・プログラム」と呼ばれている。ナッシュの研究は協力と交渉の問題に対して公理的アプローチと非協力ゲーム・アプローチを提示し、2つのアプローチが互いに補完的であることを示すものであり、真に画期的なものであった。ナッシュの研究に関する経済学説史からの考察については、レナード（Leonard 1994）を参照されたい。

ナッシュの均衡点の研究は戦略形ゲームに限定されていて、非協力ゲームがより広範な分野に適用されるためには、ゲームの動学的構造や情報構造をモデル化する展開形ゲームの理論の発展が必要であった。キューン（Kuhn 1953）は、『ゲームの理論と経済行動』で導入された展開形ゲームのモデルをさらに発展させて、完全情報、完全記憶、行動戦略などの重要な概念を定式化した。そして、展開形ゲームにおける均衡点の性質を考察し、完全情報ゲームでの純戦略による均衡点の存在、および完全記憶ゲームでの行動戦略と混合戦略の同値性を証明した。最初の定理の起源は、ツェルメロ（Zermelo

1913）のチェスの確定性に関する研究である。ナッシュとキューンの研究によって、非協力ゲームの理論の基盤はすでに1950年代前半までに確立された。

1950年代のゲーム理論の研究の多くは、協力ゲームに関するものであった。とくに、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによって提示された安定集合（協力ゲームの最初の解概念）の存在とその性質を解明するための努力が行われた。安定集合以外の解概念として、シャープレイ（Shapley 1953b）による一般 n 人協力ゲームの値（value）の公理化がなされた。シャープレイによるゲームの値は、現在、シャープレイ値と呼ばれ、協力ゲームの代表的な解の1つとなっている。また、ゲームのコア（core）が支配されない配分の集合として、シャープレイやジリス（Gillies 1959）によって安定集合とは独立な解として提示された。ゲームのコアは、すでに『ゲームの理論と経済行動』の中に現れていたが、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの主な分析対象であった3人定和ゲームや n 人定和ゲームではコアは空であるために、独立した解概念として見なされなかった。

1950年代のゲーム理論の研究は、プリンストン大学の Annals of Mathematics Studies のシリーズ Contributions to the Theory of Games の

Vols I, II (Kuhn and Tucker eds., 1950, 1953)

Vol. III (Dresher, Tucker and Wolfe eds., 1957)

Vol. IV (Luce and Tucker eds., 1959)

に収められている。1950年後半には、ゲーム理論はすでに総合理論としての内容が整い、本格的な批判的検討が可能までに成長していた。この時期に書かれたルース／ライファ（Luce and Raiffa 1957）の書物はゲーム理論の内容紹介と批判的サーベイを目的とし、出版後30年以上にわたってゲーム理論の最も重要な教科書として多くの人々に読まれ続けた。

1950年代前半、経済学者がゲーム理論の方法論を用いた注目すべき研究として、アロー／デブリュー（Arrow and Debreu 1954）による完全競争市場の一般均衡の存在証明がある。一般均衡の存在が市場の抽象的ゲーム・モデルのナッシュ均衡点の存在定理を用いて証明された。無数の経済主体が市場価格のみをシグナルとしてそれぞれ独立に可能な技術および予算制約の下で最適化を行い、経済主体は互いの行動の影響を考慮しないという新古典派的市

場モデルへの批判として登場したゲーム理論の本来の目的から見れば、これはやや逆説的である。しかしながら、アロー／デブリューの研究は、経済学のための数学理論としてのゲーム理論のパワーの大きさを十分に示すものであった。このゲーム理論と数理経済学の密接な関係は、1960年代、完全競争均衡と市場ゲームのコアに関する研究で1つの最盛期を形成した。その後、1970年代後半から、新古典派的な世界を真に越えた経済学のさまざまな分野でゲーム理論を用いた研究が活発に行われるようになった。

1960年代のゲーム理論の研究は主として、協力ゲームを中心に行われた。次々に、重要なゲームのモデルと提携形成や利得分配に関する解の概念が提示された。最も代表的なものに、オーマン／ペレグ (Aumann and Peleg 1960)、オーマン (1961a) らによる譲渡可能な効用を前提としない提携形ゲームの研究、オーマン／マシュラー (Aumann and Maschler 1964) による交渉集合 (bargaining set) の定式化、ペレグ (1967) による交渉集合の存在証明、デービス／マシュラー (Davis and Maschler 1965) によるカーネル (kernel)、シュマイドラー (Schmeidler 1969) による仁 (nucleolus) の研究がある。さらに、ボンダレーバ (Bondareva 1963) とシャープレイ (1967) によって、コアの存在条件が明らかにされた。一方、長い間、未解決であった安定集合の存在は、ルーカス (Lucas 1969) によって否定された。

この時期のゲーム理論の経済学への応用としては、完全競争均衡と市場ゲームのコアの研究が最も重要である。シュービック (Shubik 1959a) がエッジワース (Edgeworth) の双方独占の理論を協力ゲームとして再定式化した後、交換市場の完全競争均衡とコアの関係を解明する重要な研究が次々に行われた。一般に、市場ゲームにおいてコアは完全競争均衡配分の集合を含むが、デブリュー／スカーフ (Debreu and Scarf 1963) は有限人経済において同一タイプの経済主体の数が限りなく大きくなる時、市場のコアは完全競争均衡配分の集合に収束するという結果を証明した。この一連の定理は、市場ゲームにおける極限定理と呼ばれている。また、オーマン (1964) は、連続濃度の経済主体からなる市場ゲームを定式化し、完全競争均衡配分の集合と市場ゲームのコアの一致を証明した。完全競争均衡とコアの同値性は、価格を与件とする無数の経済主体の個々の最適化行動の均衡状態を記述する完全競争均衡を経済主体の間の自発的取引において繰り返される財交換の再契約

過程の1つの安定状態として再定式化し、完全競争均衡のゲーム理論による1つの理論的基礎を与えた。

1960年代は、このように協力ゲームの研究が全盛の時代であり、ゼルテンの回想 (Selten 1993) はその時代の雰囲気を伝えている。1967-68年のカリフォルニア大学バークレイ校での滞在中、ゼルテンはスタンフォード大学で部分ゲーム完全均衡点を初めて提示した寡占モデルに関する論文 (1965) を報告したが、セミナーの後、若い経済学者が誰かに、"This is only noncooperative theory" というのが聞こえてきたそうである。

まさにこの状況において、その後の非協力ゲームの理論の発展と経済学へのゲーム理論の応用にとって決定的となる研究がハルサニとゼルテンによって行われた。『ゲームの理論と経済行動』以来、プレイヤーはゲームのルールについて完全な知識をもち、またそれ自体がプレイヤーの共通認識であるとされてきた。すなわち、ゲームのルールはプレイヤーの間の共有知識であると仮定された。しかしながら、ゲーム理論を経済問題に適用する場合、この仮定が非現実的であるとの批判がつけねになされてきた。このようなゲームのルールについてプレイヤーが不完全な知識しかもっていない情報不完備ゲームに関する理論を確立することが、長い間の大きな課題であった。ハルサニ (1967-68) は、ベイジックのアプローチによって情報不完備ゲームのモデルを定式化し、ゲームの均衡としてベイジアン均衡点 (Bayesian equilibrium point) を導入した。このハルサニの情報不完備ゲームの理論を基礎にして、1970年代に入ると、情報、インセンティブ、組織の経済学や新しい産業組織論などをはじめとして経済学のさまざまな分野で、非対称情報と戦略的行動の研究が次々に行われるようになった。

非協力ゲームの解概念は、ナッシュの研究以後、ナッシュ均衡点が最も代表的であったが、ゼルテン (1965) は展開形ゲームにおけるナッシュ均衡点の問題点を指摘し、より強い均衡概念として部分ゲーム完全均衡点の概念を提示した。展開形ゲームのような動学的構造をもつゲーム・モデルでは、ナッシュ均衡点によって均衡プレイが定まると同時に、多くの手番が均衡プレイの外に位置する。このような均衡プレイ外 (off-equilibrium play) の手番は、ゲームをプレイする前には実現されないものと予想されるが、ゲーム全体の均衡においてこのような手番のプレイヤーの行動が非常に重要となる。なぜ

ならば、均衡プレイ外のプレイヤーの行動によって均衡プレイが特徴づけられるからである。したがって、均衡プレイ外のプレイヤーの行動についても十分に考慮する必要があるが、ナッシュ均衡点の定義は、均衡プレイ外のプレイヤーの行動に関してはいかなる最適性の条件も課さない。このため、経済分析のより具体的な文脈では、ナッシュ均衡点は「信憑性のない脅し」(incredible threat)に基づいてのみ成立可能であることがある。このようなナッシュ均衡点の欠点を改善するにあたって、ゼルテンが最初に提示した均衡概念が、ゲームの均衡プレイ外も含むすべての部分ゲーム(ゲームの一部でそれ自身がゲームと見なせるもの)に対してナッシュ均衡点を導く部分ゲーム完全均衡点(subgame perfect equilibrium point)である。

ハルサニとゼルテンの非協力ゲームの理論に関する共同研究は1960年代中期から始められ、非協力ゲームの理論的深化とともに、協力の非協力ゲーム分析を目指す「ナッシュ・プログラム」が2人によって着実に進められることになった。その成果のいくつかは、それぞれの著作(Harsanyi 1977, Selten 1988b)にまとめられているが、その到達点の1つが共著『ゲームにおける均衡選択の一般理論』(Harsanyi and Selten 1988)として1988年に出版された。

1970年代に入って、ハルサニとゼルテンによってゲームにおけるプレイヤーの合理的行動の探究が精力的になされた(Harsanyi 1973, 1975, Harsanyi and Selten 1972, Selten 1973, 1975a, 1978)。とくにゼルテンは、1975年に部分ゲーム完全均衡点の概念をさらに強めた完全均衡点(perfect equilibrium point)の概念を提示し、展開形ゲームの均衡点の理論をさらに進展させた。このゼルテンの論文以後、ゲームのより満足の均衡概念の探究が多くの研究者によってなされることになり、その一連の研究は、「均衡点の精緻化」(refinements)と呼ばれる。この詳細な議論については、ファン・ダム(van Damme 1987)を参照されたい。1982年のクレプス/ウィルソン(Kreps and Wilson 1982a)のベイジアン意思決定理論に基づく完全均衡点の再定式化によって、完全均衡点の概念は経済学研究者にとってより接近しやすいものとなり、1980年代には、完全均衡点とクレプス/ウィルソンによる逐次均衡点(sequential equilibrium point)の概念はハルサニによるベイジアン均衡点とともに経済学者の有力な理論道具となった。

また、ゼルテンは1978年のチェーンストア・パラドックスの論文(Selten 1978)において、これらの合理的均衡に内在する後向き帰納法(backward induction)の論理と現実のプレイヤーの重要な特性である「限定合理性」(bounded rationality)の不整合を的確に指摘した。この問題は、1928年にモルゲンシュテルンが指摘した完全予見と経済均衡の矛盾に通ずるものであり、経済行動の本質にかかわるより深いものといえる。

1970年代末に、ルービンシュタイン(Rubinstein 1979)は繰り返しゲームの完全均衡点を分析し、将来利得が現在利得と同程度に評価される時、パレート最適な配分を含む多くの協調的な利得ベクトルが、繰り返しゲームの完全均衡点によって実現できることを証明した。この事実、ナッシュ均衡点に関しては以前から研究者の間で広く知られていて、「フォーク定理」(folk theorem, 名前の由来は、folklore 民間伝承からきている)の名で呼ばれている。このフォーク定理は、もしプレイヤーの間で同一ゲームが際限なく繰り返されると、パレート最適な状態が繰り返しゲームの非協力均衡点として達成できることを示す。この成果を契機として、1980年代に入ると、社会的協力のゲーム理論によって、経済学、政治学、哲学、社会学、生物学のさまざまな分野で、外的な強制メカニズムが存在しない状況でもプレイヤーの間の長期的な継続関係による協調行動が実現可能であるかどうかを考察する研究が急速に展開していった。

1980年代初期の「ナッシュ・プログラム」に関する重要な研究は、ルービンシュタイン(1982)のナッシュ交渉解の研究とゼルテン(1981)の n 人提携形ゲームの非協力交渉モデルの研究である。ルービンシュタインは、提案と応答が繰り返される2人交渉問題の非協力ゲームモデルを提示した。ルービンシュタインのモデルでは、プレイヤーの時間選好の存在が交渉均衡に重要な影響を及ぼす。将来利得に対する割引率が0に近いとき、交渉ゲームの唯一の完全均衡点による利得の分配はナッシュ交渉解に収束することが証明された。ゼルテンは、より一般的な n 人提携形ゲームにおいてプレイヤーが提携と利得分配を同時に提案する交渉プロセスを非協力ゲームとして定式化した。

1980年代中期から現在までのゲーム理論の発展は、すべてが現在の研究フロンティアに位置するものであり、1つの歴史として語ることは適切でな

い。そのいくつかについては、最終章（第12章）で述べることにする。

1960年代において、新古典派の完全競争市場の理論が数理経済学の進展によって1つの完成をみた後、研究者の関心は、市場における配分の効率性から経済社会におけるさまざまな資源配分メカニズムの効率性やパフォーマンスに移行していった。その結果、完全競争市場だけでなく、情報、インセンティブ、契約、組織、社会慣習、制度などが現代の経済理論の主要な分析対象となっている。このためには、経済分析の方法論として経済（ゲーム）のルールとそのルールの下での経済主体の行動原理（ゲームの解）の明確な区別が必要であり、経済行動の多様な相互依存性に分析の光をあてなければならぬ。

このような経済学における研究関心の変化によって、経済社会の本質である経済主体の相互依存関係の厳密な分析を目的とするゲーム理論の重要性がより広く経済学者の間に認識されるようになった。そして、経済理論の新しい変化を実際に可能にしたのは、1950年代初期にナッシュによって基礎が確立し、1960年代以後ハルサニとゼルテンの共同研究を中心に展開してきた非協力ゲームの理論である。

現在、ゲーム理論の方法論は、ミクロ経済学ばかりでなく、マクロ経済理論、産業組織論、国際貿易論、金融論など経済学のほとんどの分野に応用されており、ゲーム理論は経済行動の相互依存性を表現し分析するための経済学の共通言語となっている。いまや、ゲーム理論は経済学にとってなら特別なものではなく、経済分析のための基本道具の1つである。

このような経済学の新しい変化を背景に、ハルサニ、ナッシュ、ゼルテンが「それぞれが非協力ゲームの理論に画期的な貢献をした」理由によって、1994年ノーベル経済学賞を受けた。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの『ゲームの理論と経済行動』の出版から50年を経て、ゲーム理論は新しい発展の段階を迎えたといえる。

第2章 戦略形ゲーム

2.1 戦略形ゲームの定義

社会におけるさまざまなゲーム的状况ではプレイヤーの意思決定は相互に関連し、プレイヤーが得る利得は自分自身の戦略だけでなく他のプレイヤーの戦略にも依存する。このようなプレイヤーの相互依存関係を表現する最も基本的なモデルが、戦略形ゲームである。戦略形ゲームはプレイヤーの可能な戦略と利得の関係を関数や行列を用いて表現する。この章では、戦略形ゲームの基本的事項について述べる。とくに、非協力ゲーム理論の最も重要な解概念であるナッシュ均衡点の基本的性質について述べる。

最初に、次のような例から始めよう。

例 2.1 市場シェアゲーム

2つの企業A社とB社がコンピュータ市場で競争している。両社は新製品を生産し販売するかどうか経営戦略を決定しなければならない。現在とともに50%の市場シェアを占有しているが、もし1社だけが新製品の販売を始めれば市場シェアを70%に上げることができる。もし両社とも新製品の販売を始めれば、それぞれの新製品の性能や価格に差がなく、その市場シェアは現状と同じ50%になるとする。企業の市場シェアは自らの経営戦略だけでなくライバル企業の経営戦略にも依存し、企業の市場シェアと経営戦略の関係は表2.1のようになる。

表2.1の行列で行と列はそれぞれA社とB社の経営戦略を表し、行列の各成分の左と右の数字はそれぞれA社とB社の市場シェアを表す。企業の

表 2.1 市場シェア・ゲーム

A 社 \ B 社	新製品を販売	現状維持
	新製品を販売	現状維持
新製品を販売	50%, 50%	70%, 30%
現状維持	30%, 70%	50%, 50%

経営方針が自社の市場シェアの増大であるとき、A 社と B 社はどのような経営戦略を用いるであろうか。また、その結果、市場シェアはどのようなになるであろうか。

例 2.1 の市場シェア・ゲームのように、プレイヤーの戦略と利得（市場シェア）の関係によって定義されるゲームを、戦略形ゲーム（game in strategic form）という。戦略形ゲームは、標準形ゲーム（game in normal form）とも呼ばれる。

一般に、戦略形 n 人ゲームは次の要素の組によって定義される。

$$G = (N, \{S_i\}_{i \in N}, \{f_i\}_{i \in N}) \quad (2.1)$$

ここで、

- (1) $N = \{1, \dots, n\}$ はプレイヤーの集合、
- (2) S_i はプレイヤー i の選択可能な行動あるいは戦略の集合、
- (3) f_i は直積集合 $S = S_1 \times \dots \times S_n$ 上の実数値関数であり、プレイヤー i の利得関数を表す。

ゲームは次のようにプレイされる。すべてのプレイヤー $1, \dots, n$ は他のプレイヤーの選択を知らずにそれぞれの戦略 $s_1 \in S_1, \dots, s_n \in S_n$ を選択する。その結果、プレイヤー i は利得 $f_i(s_1, \dots, s_n)$ を得る。プレイヤーの目的は自己の利得の最大化である。

ゲームのプレイにおいて (2.1) で定義されるゲームの各要素はすべてのプレイヤーの共有知識 (common knowledge) とする。これはすべてのプレイヤーがゲームの各要素を完全に知っているばかりでなく、そのような事実自身

もプレイヤーは完全に知っていることを意味する。共有知識の概念については第 5 章で詳しく述べよう。

戦略形ゲームにおいて、すべてのプレイヤーの戦略集合 S_i が有限のとき、ゲームは有限ゲームであるといい、そうでないとき、無限ゲームであるという。本書では、主として有限ゲームを考える。

戦略形ゲームにおいて、すべての戦略の組 $s = (s_1, \dots, s_n)$ に対して、

$$\sum_{i=1}^n f_i(s_1, \dots, s_n) = 0 \quad (2.2)$$

が成立するとき、ゲームはゼロ和ゲーム (zero-sum game) であるという。また、ゼロ和でないゲームを非ゼロ和ゲーム (non-zero-sum game) という。ゼロ和 2 人ゲームでは 2 人のプレイヤーの利得の和はゼロであり、両者の利害は完全に対立している。(2.2) においてある定数 K が存在して、

$$\sum_{i=1}^n f_i(s_1, \dots, s_n) = K \quad (2.3)$$

が成立するとき、ゲームは定和 (constant-sum) であるという。ゲーム理論的観点からは、ゼロ和ゲームと定和ゲームに本質的な違いはない。例 2.1 の市場シェア・ゲームは定和 2 人ゲームである。

非ゼロ和 2 人ゲーム G で、プレイヤー 1 と 2 の戦略集合が $S_1 = \{1, \dots, m\}$, $S_2 = \{1, \dots, n\}$ であるとき、ゲーム G は次のような双行列 (bimatrix) で表現することができる。

$$A = \begin{bmatrix} (a_{11}, b_{11}) & \dots & (a_{1n}, b_{1n}) \\ \vdots & (a_{ij}, b_{ij}) & \vdots \\ (a_{m1}, b_{m1}) & \dots & (a_{mn}, b_{mn}) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

双行列 (2.4) でプレイヤー 1 は行を選択し、プレイヤー 2 は列を選択する。第 (i, j) 成分 (a_{ij}, b_{ij}) は左の数字 a_{ij} がプレイヤー 1 の利得、右の数字 b_{ij} がプレイヤー 2 の利得を表す。双行列 A を、非ゼロ和 2 人ゲームの利得行列 (payoff matrix) という。このように、非ゼロ和 2 人ゲームは双行列 (2.4) を用いて表現できるため、双行列ゲーム (bimatrix game) と呼ばれる。

ゲームがゼロ和のとき、(2.4) で $b_{ij} = -a_{ij}$ である。このとき、表記の簡便上、プレイヤー 2 の利得 b_{ij} を省略することが多い。したがって、ゼロ和 2 人

ゲームはプレイヤー1の利得行列のみを用いて表すことができ、行列ゲーム(matrix game)とも呼ばれる。プレイヤー1(行プレイヤー)は行列の利得を最大化しようとし、プレイヤー2(列プレイヤー)は最小化しようとする。これより、プレイヤー1を最大化プレイヤー、プレイヤー2を最小化プレイヤーと呼ぶこともある。

戦略形ゲームの2つの有名な例をみてみよう。

例 2.2 囚人のジレンマ (prisoner's dilemma)

重大な犯罪(銀行強盗など)を犯した2人がその容疑に関して検事の取調べを受けている。検事は2人の犯罪について十分な証拠をつかんでいないが、拳銃の不法所持などの余罪で2人の容疑者を起訴できる。いま、検事は2人の容疑者を別々の取調べ室に隔離し、それぞれに次のようにいった。「お前たちの選択は罪を自白するか黙秘するかだ。もし2人が自白すれば犯罪が確定し2人はともに8年の懲役刑を受ける。もし2人とも自白しなければ犯罪は立証されず、2人の刑は拳銃の不法所持で1年であろう。もし一方だけが罪を自白すれば、共犯証言の制度により自白した者は3カ月の軽い刑となる。そのとき自白しなかった者は最も重い10年の刑を受けることになる」。検事によって示された2人の共犯者の刑期は表2.2のようになる。

2人の共犯者は隔離されているため相談することはできない。検事の取調べに対して2人の共犯者はどのように対応するであろうか。このゲームは数学者タッカー(A. W. Tucker)によって考案され、「囚人のジレンマ」と呼ばれている。

例 2.3 男女の争い (battle of the sexes)

男性(プレイヤー1)と女性(プレイヤー2)がある夜のデートの行き先として、ボクシングを観に行くか、あるいはバレエを観に行くかの選択肢をもっている。通常の男女の好みから、男性はボクシングを好み女性はバレエを好むとする。しかし、2人にとって別々にそれぞれが好きなものを観るより一緒に出かけることの方が大切である。この男性と女性のゲームの利得行列の一例は、表2.3のようになる。男性と女性がお互い相談することなしに(あるいは相談の前段階として)相手と独立にデートの行き先を選択しなければならないとき、それぞれはどのような決定をするだろうか。

表 2.2 囚人のジレンマ

		2	
		黙 秘	自 白
1	黙 秘	1 年, 1 年	10 年, 3 カ月
	自 白	3 カ月, 10 年	8 年, 8 年

表 2.3 男女の争い

		2	
		ボクシング	バレエ
1	ボクシング	2, 1	-1, -1
	バレエ	-1, -1	1, 2

2.2 ナッシュ均衡点

これまでに戦略形ゲームの3つの例をみた。いずれのゲームでもプレイヤーは互いに相談することなく、自分の戦略を決定しなければならない。市場シェア・ゲームはゼロ和であり、戦略について相談すること自体が無意味である。囚人のジレンマ・ゲームでは、2人の囚人は隔離されているため、物理的にコミュニケーションが不可能である。また、男女の争いゲームで、たとえ男性と女性の間で話し合いが可能であっても、相談を始める前に互いの希望を表明し合う状況を想定すればよい。このような状況では、プレイヤーは相手プレイヤーの戦略を予測した上で、自らのとるべき戦略を決定しなければならない。このように、プレイヤーが互いの戦略を独立に決定するような状況においてプレイヤーの合理的な予測と意思決定を解明する理論が、非